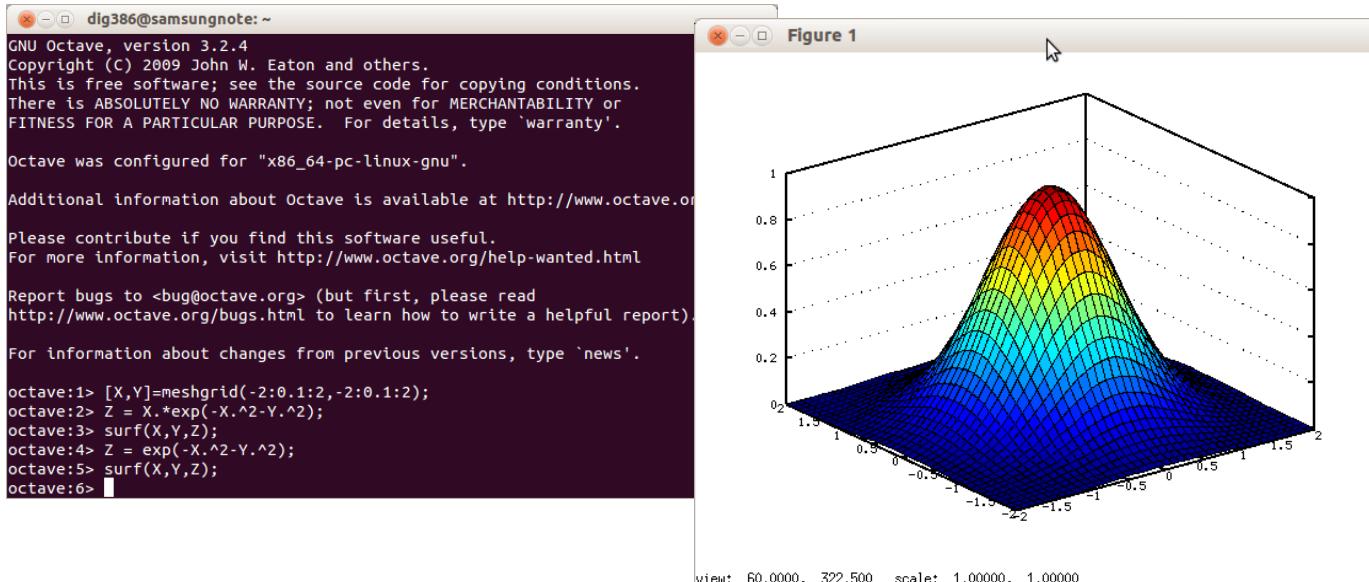


Занятие 2. Основы работы в GNU Octave



Краткое содержание занятия

1. Создание матриц и простейшие операции над ними
2. Решение систем уравнений.
3. Графики функций $z=f(x)$ и $z=f(x,y)$
4. Расчёт доверительных интервалов
5. Гистограммы

Почему GNU Octave?

Готовые «мастера» в пакетах вроде Origin, Statgraphics и т.п.

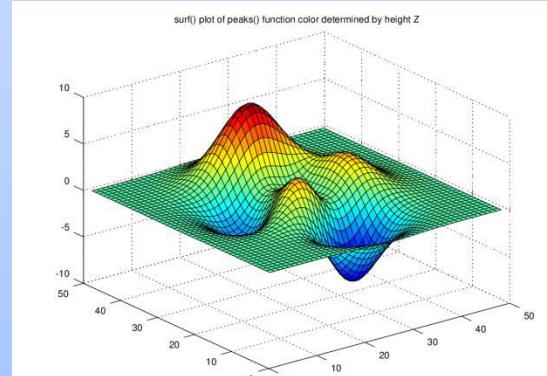
Просто и надёжно

НО! Теория оторвана от практики => сложно разобраться в принципах работы



Системы матричной алгебры: MATLAB, GNU Octave, SciLab

Разумный компромисс между сложностью C/Fortran и загадочностью «мастеров»



«Классические» языки С и Fortran

Даёт полное понимание происходящего и контроль над ним

НО! Трудоёмко, нужны навыки программиста



Создание матриц

Способ 1. Перечисление элементов в квадратных скобках

```
>> a=[1 2 3;4 5 6]
```

```
a =
```

```
 1 2 3  
 4 5 6
```

```
>> b=[10 20 30;40 50 60];
```

```
>> disp(b)
```

```
10 20 30  
40 50 60
```

Примечание: если в конце строки поставить точку с запятой, то матрица будет создана, но при этом не показана

Способ 3. Оператор двоеточия

```
>> disp(10:15:70)
```

```
10 25 40 55 70
```

```
>> disp(1:5)
```

```
1 2 3 4 5
```

Способ 2. Конкатенация существующих матриц

```
>> c = [a;b]; disp(c)
```

```
 1 2 3  
 4 5 6  
10 20 30  
40 50 60
```

```
>> d = [a b]; disp(d)
```

```
 1 2 3 10 20 30  
 4 5 6 40 50 60
```

Способ 4. Специальные функции

```
>> x = eye(3);
```

```
>> disp(x)
```

```
Diagonal Matrix
```

```
 1 0 0  
 0 1 0  
 0 0 1
```

См. также ones, zeros, repmat

Создание матриц

Способ 5. Выделение подматриц

```
>> x = magic(4)  
16 2 3 13  
5 11 10 8  
9 7 6 12  
4 14 15 1  
  
>> disp(x(1:2,1:4))  
16 2 3 13  
5 11 10 8  
  
>> disp(x(1:2:4,1:2:4))  
16 3  
9 6  
  
>> disp(x(1,:))  
16 2 3 13
```

Индексы начинаются с единицы!

Диапазоны индексов задаются с помощью конструкции с двоеточием.

: - все индексы по данной размерности

a:b - все индексы от a до b с шагом 1

a:s:b - все индексы от a до b с шагом s

Способ 6. Работа с подматрицами

```
>> x = magic(4)  
16 2 3 13  
5 11 10 8  
9 7 6 12  
4 14 15 1  
  
>> x(:,2)=-x(:,2); disp(x)  
16 -2 3 13  
5 -11 10 8  
9 -7 6 12  
4 -14 15 1  
  
>> x([1 4],:) = x([4 1],:); disp(x)  
4 -14 15 1  
5 -11 10 8  
9 -7 6 12  
16 -2 3 13  
  
>> x(2:4,2:4)=0;disp(x)  
4 -14 15 1  
5 0 0 0  
9 0 0 0  
16 0 0 0
```

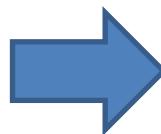
Операции над матрицами

Octave	Линейная алгебра	Описание
C=A.'	$C = AT$	Транспонирование матрицы
C=A'	$C = A^*$	Эрмитово-сопряженная матрица
C=A.^B	$C_{ij} = A_{ij}^{B_{ij}}$	Поэлементное возведение в степень
C=A*B	$C = AB$	Умножение матриц
C=A.*B	$C_{ij} = A_{ij}B_{ij}$	Поэлементное умножение
X=A\B	$AX = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$	Левое матричное деление
X=A/B	$XB = A \Leftrightarrow X = AB^{-1}$	Правое матричное деление
X=A./B	$X_{ij} = A_{ij}/B_{ij}$	Поэлементное деление
C=A+B	$C = A + B$	Сложение матриц
C=A-B	$C = A - B$	Вычитание матриц

Различайте матричные и поэлементные операции!

Операции над матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 50 & 60 \\ 70 & 80 \end{pmatrix}$$



```
>> A = [1 2; 3 4];  
>> B = [50 60; 70 80];
```

Операторы * и . *

*: умножение матриц

```
>> A*B
```

$$\begin{matrix} 190 & 220 \\ 430 & 500 \end{matrix}$$

.*: умножение массивов

```
>> A.*B
```

$$\begin{matrix} 50 & 120 \\ 210 & 320 \end{matrix}$$

Операторы /, \ и ./

\: левое матричное деление
(left matrix division)

```
>> A\B
```

$$\begin{matrix} -30 & -40 \\ 40 & 50 \end{matrix}$$

$$A^{-1}B$$

/: правое матричное деление
(right matrix division)

```
>> A/B
```

$$\begin{matrix} 0.3000 & -0.2000 \\ 0.2000 & -0.1000 \end{matrix}$$

$$AB^{-1}$$

Возможность скрытых ошибок!

Если матрицы квадратные, то замена
. * на * или / на ./ не приводит к
останову программы!

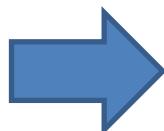
./: деление массивов

```
>> A./B
```

$$\begin{matrix} 0.0200 & 0.0333 \\ 0.0429 & 0.0500 \end{matrix}$$

Операции над матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 50 & 60 \\ 70 & 80 \end{pmatrix}$$



```
>> A = [1 2; 3 4];  
>> B = [50 60; 70 80];
```

Операторы ^ и .^

^: возвведение матрицы в степень

```
>> A^2  
7 10  
15 22
```

.^: возвведение массива в степень

```
>> A.^2  
1 4  
9 16
```

Обратная матрица

(а) Функция **inv**

```
>> inv(A)  
-2.0000 1.0000  
1.5000 -0.5000
```

(б) Оператор ^

```
>> A^(-1)  
-2.0000 1.0000  
1.5000 -0.5000
```

Возможность скрытых ошибок!

Если матрицы квадратные, то замена .^ на ^ не приводит к останову программы!

Решение системы линейных уравнений

Исходная система уравнений

$$\begin{cases} x + y - z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 21 \\ 7x - y - 3z = 6 \end{cases}$$

Шаг 1. Запись в матричном виде

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 7 & -1 & -3 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 6 \\ 21 \\ 6 \end{pmatrix}; Ax = b$$

Шаг 2. Задать матрицы в Octave

```
>> A=[1 1 -1; 2 3 -4; 7 -1 -3];  
>> b=[6; 21; 6];
```

Шаг 3. Решить систему

```
>> x=A\b  
x =  
5.0753e-16  
3.0000e+00  
-3.0000e+00
```

Шаг 4. Проверить решение

```
>> disp(A*x);  
6  
21  
6
```

Альтернативные способы

```
>> x=inv(A)*b;  
>> x=A^(-1)*b;
```

Двухмерные графики

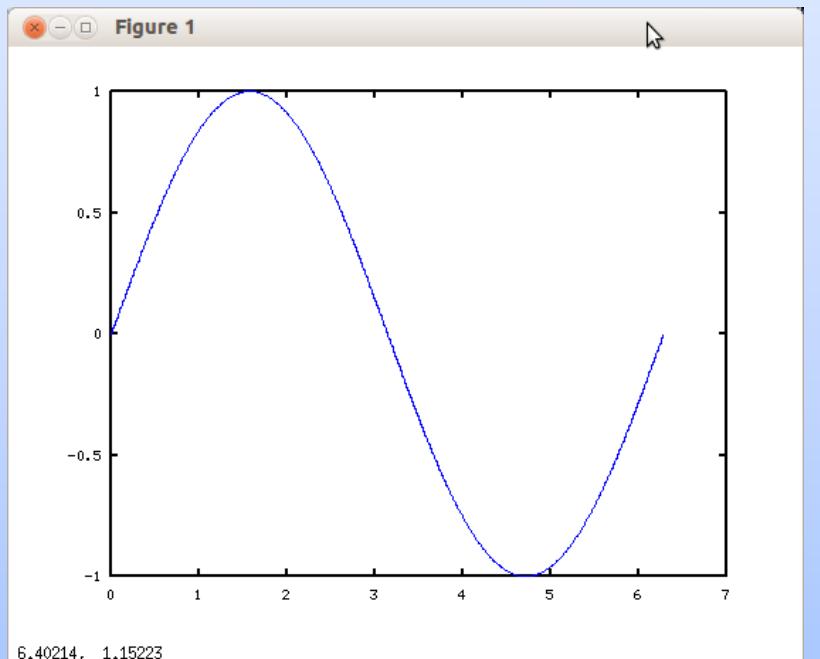
Построить график функции
 $y = \sin(x); x \in [0, 2\pi]$

Шаг 1. Рассчитать точки графика

```
>> x = 0:0.01:2*pi;  
>> y = sin(x);
```

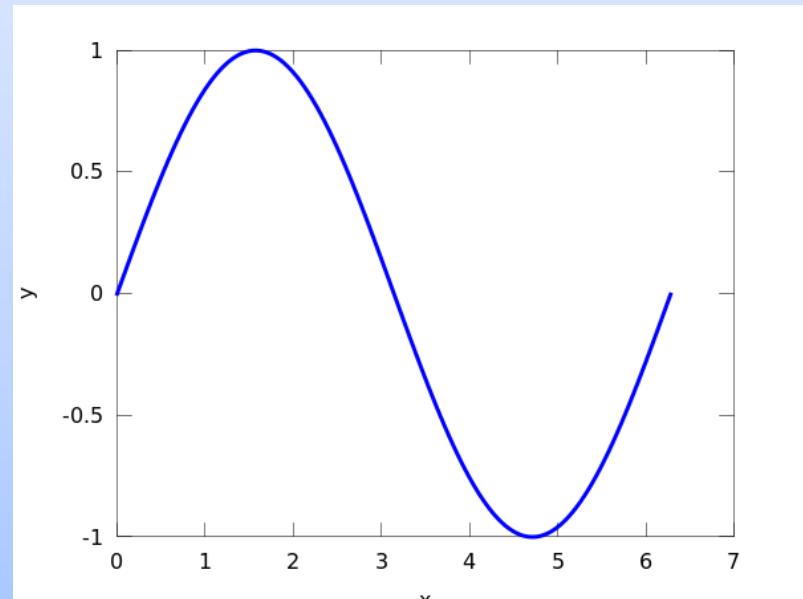
Шаг 2. Построить график

```
>> plot(x,y,'b-');
```



Шаг 3. Экспорт в файл

```
>> plot(x,y,'b-','LineWidth',3);  
>> xlabel('x'); ylabel('y');  
>> print('a.png','-dpng','-r75')
```



Трёхмерные графики

Построить график функции

$$z = \exp(-x^2 - y^2);$$
$$x \in [-2, 2]; y \in [-2, 2]$$

```
>> % Рассчитать точки для графика
>> [X, Y] = meshgrid(-2:0.1:2, -2:0.1:2)
>> Z = exp(-X.^2 - Y.^2)
>> % Построить график
>> surf(X, Y, Z);
```

Работа функции meshgrid

```
>> [X, Y] = meshgrid(-3:1:3, -2:1:2)
```

Выход функции: матрицы X и Y

Диапазон и шаг по оси у

Диапазон и шаг по оси x

X =

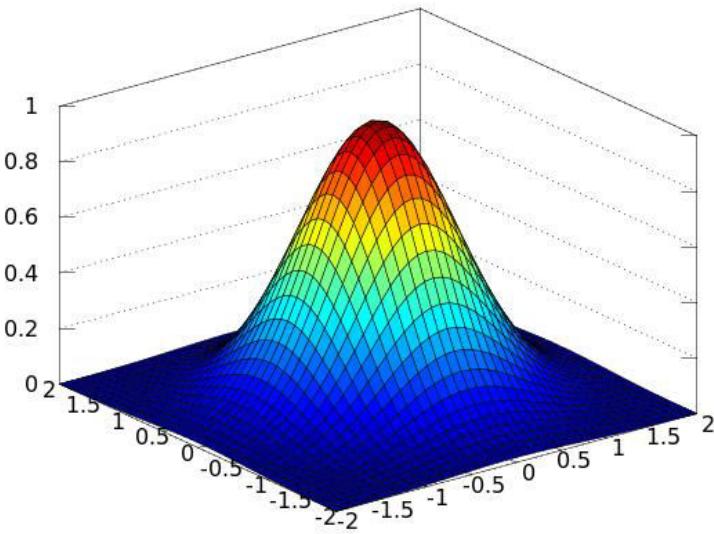
-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	-2	-1	0	1	2	3

Y =

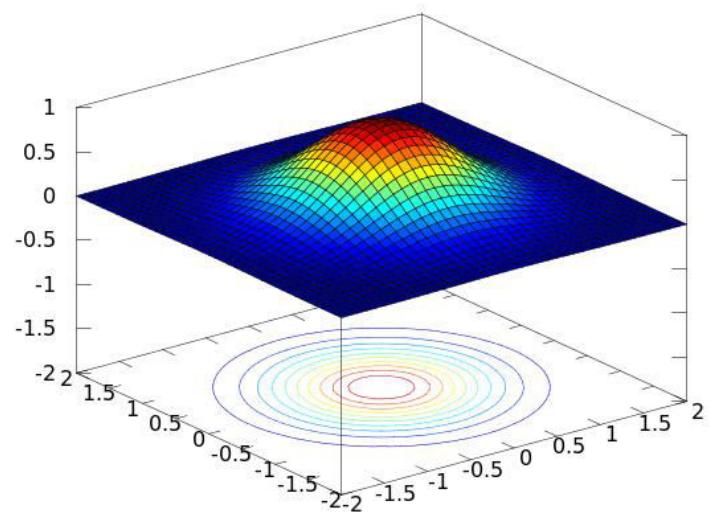
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2

Трёхмерные графики: вывод на экран

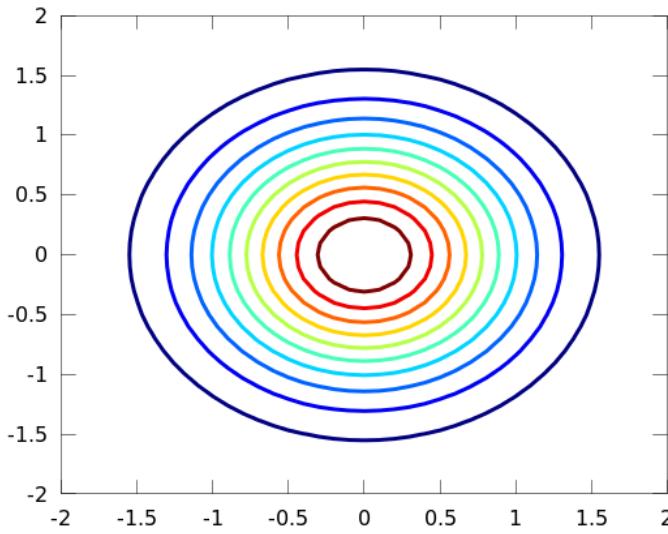
Функция `surf`: поверхность



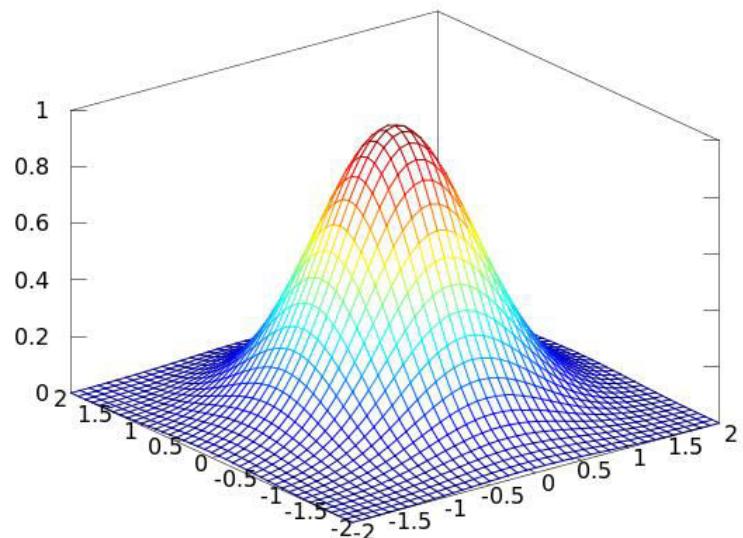
Функция `surfc`: поверхность + изолинии



Функция `contour`: только изолинии



Функция `mesh`: поверхность



Среднее и доверительный интервал

Функция	Вызов	Описание
mean	mean (x) mean (x,1) mean (x,2)	Среднее значение вектора x Средние значения столбцов матрицы x Средние значения строк матрицы x
std	std (x) std (x,f) std (x,f,1) std (x,f,2)	Стандартное отклонение вектора x $f = 0$ – несмеш.дисп., $f = 1$ – смеш.дисп. Стандартное отклонение столбцов матрицы x Стандартное отклонение строк матрицы x
tinv	tinv (p,f)	Левосторонний квантиль t-распределения
median	См. mean	Расчёт медианы
numel	numel (x)	Число элементов вектора или матрицы x
sum	См. mean	Расчёт суммы

```
>> x = [66.30 66.30 66.26 66.37 66.30];  
>> mean(x)  
ans = 66.306  
>> std(x)  
ans = 0.039749  
>> std(x)*tinv(0.975,numel(x)-1)/sqrt(numel(x))  
ans = 0.049355
```

Функции распределения и квантили

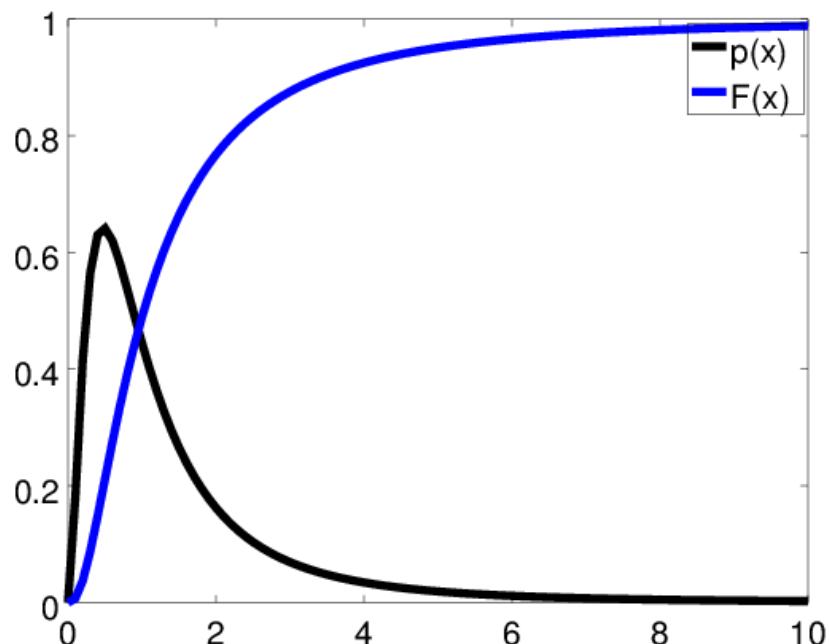
Распределение	$p(x)$	$F(x)$	Левосторонний квантиль
Нормальное	<code>normpdf(x, mu, s)</code>	<code>normcdf(x, mu, s)</code>	<code>norminv(p, mu, s)</code>
Стьюдента (t)	<code>tpdf(x, f)</code>	<code>tcdf(x, f)</code>	<code>tinv(p, f)</code>
Пирсона (χ^2)	<code>chi2pdf(x, f)</code>	<code>chi2cdf(x, f)</code>	<code>chi2inv(p, f)</code>
Фишера (F)	<code>fpdf(x, f1, f2)</code>	<code>fcdf(x, f1, f2)</code>	<code>finv(p, f1, f2)</code>

Pdf – probability density function (функция плотности вероятности)

Cdf – cumulative distribution function (интегральная функция распределения)

Inv – inverse function (обратная функция)

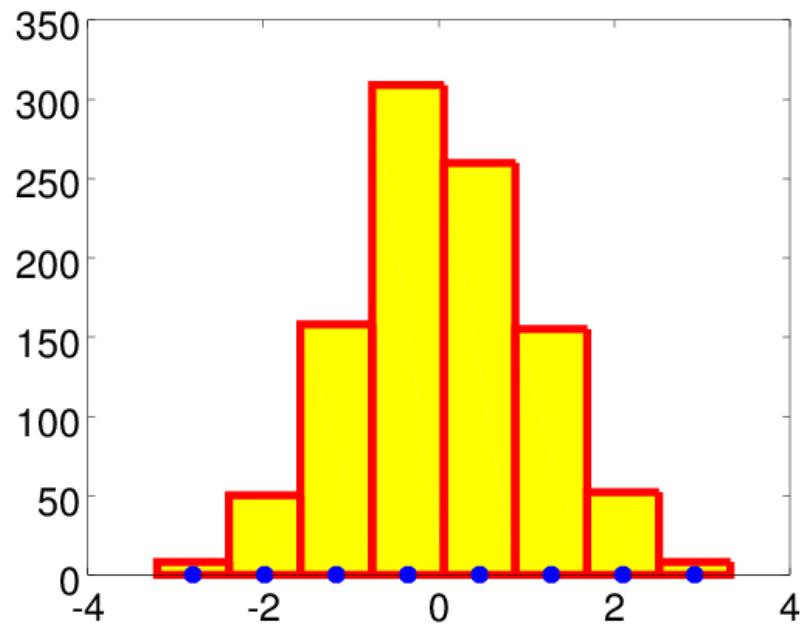
```
>> x = 0:0.1:10;
>> y1 = fpdf(x, 6, 5);
>> y2 = fcdf(x, 6, 5);
>> plot(x,y1,'k-',LineWidth',5);
>> hold on;
>> plot(x,y1,'k-',LineWidth',5);
>> hold off;
>> legend('p(x)', 'F(x)');
>> set(gca, 'FontSize', 20);
```



Случайные числа и гистограммы

Функция	Вызов	Описание
rand	rand(m,n)	Матрица mхn из равномерно распределенных случайных чисел из интервала [0;1]
randn	randn(m,n)	Матрица mхn нормально распределенных случайных чисел ($\mu = 0$; $\sigma = 1$)
hist	hist(x,n) [nn,xx]=hist(x,n)	График с гистограммой Гистограмма в числах (x – данные, n – число карманов, nn – частоты, xx – центры карманов)

```
>> x = randn(1,1000);  
>> hist(x,8, 'FaceColor',  
'yellow', 'EdgeColor', 'red',  
'LineWidth', 5);  
>> [nn,xx] = hist(x,8);  
>> hold on;  
>> plot(0,xx,'bo');  
>> hold off;
```



Полезные команды

Команда	Значение
<code>cd имя_каталога</code>	Сменить текущий каталог
<code>clc</code>	Очистить консоль
<code>clear all</code>	Уничтожить все переменные (и ряд других структур вроде пользовательских типов данных, загруженных МЕХ-файлов и т.п.)
<code>close all</code>	Закрыть все окна с графиками
<code>dir (или ls)</code>	Вывести содержимое текущего каталога
<code>edit filename.m</code>	Отредактировать файл filename.m или создать его (если он отсутствует)
<code>figure</code>	Создать новое окно для вывода графиков
<code>help funcname</code>	Выдать справку по функции funcname
<code>hold on</code>	Выводить новый график в существующее окно
<code>hold off</code>	Выводить новый график в новое окно (старое закроется)
<code>pause</code>	Ждать нажатия ENTER пользователем
<code>pwd</code>	Узнать текущий каталог
<code>whos</code>	Вывести существующие переменные