

Занятие 5. Численные методы

Задача 1. Сгенерировать выборку из 500 точек с координатами X_i , Y_i и Z_i . $X_i \in [0; 1]$, $Y_i \in [0; 1]$ и подчиняются равномерному распределению, $Z_i = 3 + 4X_i + 5Y_i + N(0; 1)$. Найти коэффициенты регрессии $\hat{\beta}$, их ковариационную матрицу $\text{cov}(\hat{\beta}, \hat{\beta})$ и доверительные интервалы. Результат проиллюстрировать графиком.

Задача 2. С помощью функции `lsqnonlin` аппроксимируйте набор точек следующей нелинейной зависимостью:

$$y(x) = \frac{1}{1 + e^{\beta_1 + \beta_2 x^2}}$$

X = [0.50 0.64 0.77 0.91 1.05 1.18 1.32 1.45 1.59 1.73 1.86 2.00]
Y = [-0.07 0.04 -0.03 0.15 0.10 0.36 0.49 0.84 0.94 0.85 0.93 1.04]

Выведите промежуточные результаты; добавьте аналитическую матрицу Якоби и проверьте её (см. функцию `optimset` и параметры `Display`, `Jacobian` и `DerivativeCheck`).

Для облегчения отладки: $\hat{\beta} = [5.009, -2.993]$, $s_{\hat{\beta}} = [0.793, 0.474]$, $\Delta\beta = [1.77, 1.06]$.

Задача 3. С помощью функции `fsolve` решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 + y^2 + 4z = 0 \\ 3x^2 - 4y + z^2 = 0 \end{cases}$$

Занятие 5. Численные методы

Задача 1. Сгенерировать выборку из 500 точек с координатами X_i , Y_i и Z_i . $X_i \in [0; 1]$, $Y_i \in [0; 1]$ и подчиняются равномерному распределению, $Z_i = 3 + 4X_i + 5Y_i + N(0; 1)$. Найти коэффициенты регрессии $\hat{\beta}$, их ковариационную матрицу $\text{cov}(\hat{\beta}, \hat{\beta})$ и доверительные интервалы. Результат проиллюстрировать графиком.

Задача 2. С помощью функции `lsqnonlin` аппроксимируйте набор точек следующей нелинейной зависимостью:

$$y(x) = \frac{1}{1 + e^{\beta_1 + \beta_2 x^2}}$$

X = [0.50 0.64 0.77 0.91 1.05 1.18 1.32 1.45 1.59 1.73 1.86 2.00]
Y = [-0.07 0.04 -0.03 0.15 0.10 0.36 0.49 0.84 0.94 0.85 0.93 1.04]

Выведите промежуточные результаты; добавьте аналитическую матрицу Якоби и проверьте её (см. функцию `optimset` и параметры `Display`, `Jacobian` и `DerivativeCheck`).

Для облегчения отладки: $\hat{\beta} = [5.009, -2.993]$, $s_{\hat{\beta}} = [0.793, 0.474]$, $\Delta\beta = [1.77, 1.06]$.

Задача 3. С помощью функции `fsolve` решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 + y^2 + 4z = 0 \\ 3x^2 - 4y + z^2 = 0 \end{cases}$$